

Quiz-1

Algorithm Design - Spring 2026

Instructor: Dr. Amin Eskandari

Head Teaching Assistants: Hamid Namjoo, Amir Hossein Hemati

Teaching Assistants: Ali Nikvan, Viyana Hasanbeigi, Nima Soltani, Reza Rezaie, Maryam

Meidanshahi , Babak Janfaza , Fatemeh Dehgan , Elham Mosavi

سوال اول :

الف) مسئله‌ی «بزرگترین زیردنباله‌ی متوالی» را در نظر بگیرید. الگوریتم خطی، چگونه کار می‌کند؟ آن را روی آرایه‌ی زیر اجرا کنید و مقدار بیشینه‌ی مجموع را بنویسید:

[۳, -۲, ۵, -۴, ۲, -۱, ۳, -۲]

ب) مجموعه‌ای از بازه‌های زمانی به صورت (شروع, پایان) داده شده است:

(۱,۴), (۲,۳), (۳,۶), (۵,۷), (۶,۹), (۸,۱۰)

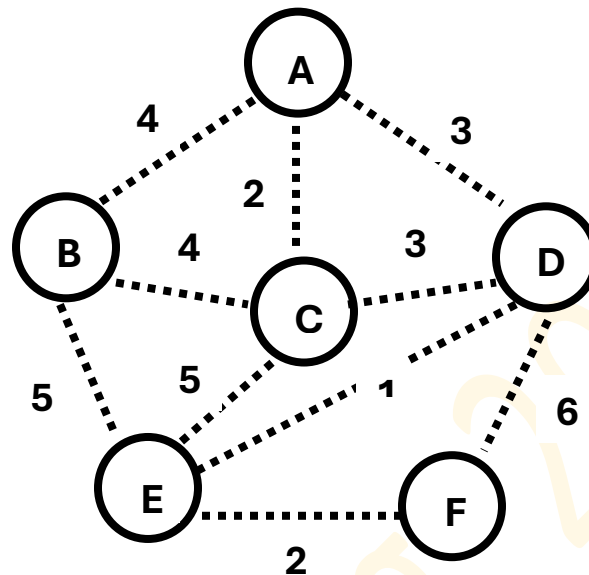
با روش حریصانه بر اساس «زمان پایان»، بیشترین تعداد بازه‌های غیرهمپوشان را انتخاب کنید. ترتیب انتخاب را بنویسید. چرا این روش جواب بهینه می‌دهد؟

ج) برای مسئله‌ی «خرید کردن پول» با سکه‌های ۱، ۵ و ۱۰ تومانی، توضیح دهید که چرا الگوریتم حریصانه (همیشه برداشتن بزرگ‌ترین سکه ممکن) جواب بهینه می‌دهد. سپس یک مجموعه سکه (مثلاً ۱، ۴ و ۵ تومانی) مثال بنزید که در آن الگوریتم حریصانه جواب بهینه ندهد.

د) دو رشته‌ی AGGTAB و GXTXAYB داده شده است. طول بلندترین زیردنباله‌ی مشترک (LCS) را با استفاده از رابطه‌ی بازگشتی برنامه‌نویسی پویا محاسبه کنید. (نیازی به رسم جدول کامل نیست؛ فقط مراحل اصلی و پاسخ نهایی را بنویسید).

سوال دوم :

گراف زیر را در نظر بگیرید. رأس‌ها: A, B, C, D, E, F. یال‌ها و وزن‌ها در شکل مشخص شده‌اند.



(گراف بدون جهت است و همبند می‌باشد.)

الف) الگوریتم پریم را از رأس A شروع کنید. مراحل اجرا را گام به گام بنویسید: در هر گام، مجموعه‌ی رأس‌های انتخاب‌شده و یال اضافه‌شده را مشخص کنید. در پایان، درخت پوشای کمینه و هزینه‌ی کل آن را بنویسید.

ب) الگوریتم کروسکال را روی همان گراف اجرا کنید. یال‌ها را بر اساس وزن مرتب کنید و ترتیب اضافه شدن یا حذف (به دلیل ایجاد دور) را بنویسید. درخت نهایی و هزینه‌ی کل را مشخص کنید. آیا درخت به دست آمده با درخت پریم یکسان است؟ اگر نه، چه تفاوتی دارد؟

ج) فرض کنید وزن همه‌ی یال‌ها در این گراف متمایز (یعنی همگی متفاوت) باشند. ثابت کنید که در این صورت، MST به دست آمده از الگوریتم پریم مستقل از رأس شروع است. همچنین نشان دهید که الگوریتم کروسکال نیز همان درخت یکتا را تولید خواهد کرد.

د) تصور کنید الگوریتم پریم را به صورت زیر تغییر دهیم: در هر مرحله، به جای کموزن‌ترین یال، پروزن‌ترین یال متصل از مجموعه S به خارج را انتخاب می‌کنیم. آیا این الگوریتم همیشه یک درخت پوشا (نه لزوماً کمینه) تولید می‌کند؟ آیا می‌تواند درخت پوشای بیشینه را پیدا کند؟ پاسخ خود را با یک مثال کوچک (حداقل ۳ رأس) توضیح دهید.

سوال سوم :

یک رشته ورودی به همراه فرکانس هر کاراکتر آن داده شده است. هدف ساخت یک کدگذاری بدون پیشوند (Prefix-Free) است که میانگین طول کدگذاری را کمینه کند.

الف) توضیح دهید چرا کدهای هافمن بهترین (کم‌طول‌ترین میانگین کد) کدگذاری بدون پیشوند هستند.

ب) روش ساخت درخت کد هافمن را با استفاده از یک صف اولویت (Heap) شرح دهید.

ج) سودوکد الگوریتم هافمن را بنویسید.

د) زمان اجرای الگوریتم را تحلیل کنید.

سوال چهارم :

در مسئله‌ی انتخاب بیشترین تعداد فعالیت غیرهمپوشان (Interval Scheduling)، یک کارآموز الگوریتم زیر را پیشنهاد می‌دهد:

«فعالیت‌ها را بر اساس کمترین طول (duration) مرتب کن، سپس از ابتدا به انتها حرکت کن و هر فعالیتی که با فعالیت‌های قبلاً انتخاب‌شده تداخل ندارد را انتخاب کن.»

با توجه به محتوای اسلایدهای Greedy, Interval Scheduling و Coin Change به پرسش‌های زیر پاسخ دهید:

1. به زبان خودتان و با اشاره به ایده‌ی exchange argument توضیح دهید چرا الگوریتم

استاندارد

sort-by-finish-time درست است.

2. با اشاره به محتوای اسلاید Coin Change توضیح دهید:

- تفاوت این مسئله با مسئله ی Coin Change چیست از نظر ساختار و greedy؟
- چرا در این مسئله، الگوریتم greedy استاندارد همیشه درست است، اما در Coin Change ممکن است greedy شکست بخورد؟

Algo - Spring - 2026